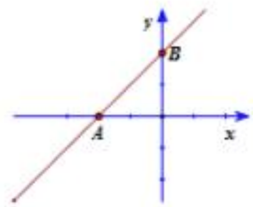
I. Tổng hợp kiến thức Toán đại số lớp 9 - học kì I

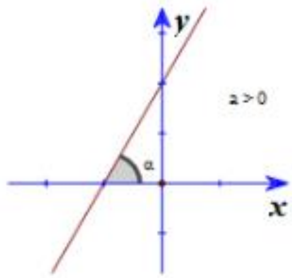
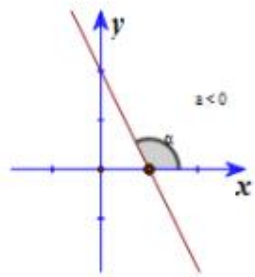
Chương I. Căn bậc hai. Căn bậc ba		
Bài học	**Công thức cần nhớ**	**Ví dụ minh họa**
Căn bậc hai	1. Mỗi số dương a (a>0) có 2 căn bậc hai: $\sqrt{a}$ và $-\sqrt{a}$.	* Căn bậc hai của 9 là 3 và -3 * Căn bậc hai của 5 là $\pm\sqrt{5}$
	2. Trong đó $\sqrt{a}$ được gọi là căn bậc hai số học của a.	* Căn bậc hai số học của 9 là 3 * Căn bậc hai số học của 5 là $\sqrt{5}$
	3. Số 0 vừa là căn bậc hai, vừa là căn bậc hai số học của chính nó.	$\sqrt{0} = 0$
	4. $a < b \leq 0 \Leftrightarrow \sqrt{a} < \sqrt{b}$	* So sánh: 1 và $\sqrt{3} - 1$? * Ta có: $4 > 3 => \sqrt{4} > \sqrt{3}$ $=> 2 > \sqrt{3}$ $=> 2 - 1 > \sqrt{3} - 1$ Hay $1 > \sqrt{3} - 1$.
Hằng đẳng thức bậc hai	$\sqrt{A^2} = \lvert A\rvert \ \forall A$	* $\sqrt{12^2} = \lvert 12\rvert = 12$ * $\sqrt{(-7)^2} = \lvert -7\rvert = 7$ * $\sqrt{\left(3-\sqrt{3}\right)^2} = \lvert 3-\sqrt{3}\rvert = 3 - \sqrt{3}$ * Tìm x biết $\sqrt{4x^2} = 6$? Ta có: $\sqrt{4x^2} = 6 \Leftrightarrow \sqrt{(2x)^2} = 6$ $\Leftrightarrow \lvert 2x\rvert = 6 \Leftrightarrow 2x = \pm 6 \Leftrightarrow x = \pm 3$
Liên hệ giữa phép nhân, phép chia và phép khai phương	1. $\sqrt{A \cdot B} = \sqrt{A} \cdot \sqrt{B}\ (A, B \geq 0)$ 2. $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{A}}{\sqrt{B}}\ (A \geq 0, B > 0)$	* $\sqrt{10} \cdot \sqrt{40} = \sqrt{10.40} = \sqrt{400} = 20$ * $\sqrt{\frac{25}{144}} = \frac{\sqrt{25}}{\sqrt{144}} = \frac{5}{12}$ * Với $y > 0$ ta có: $\frac{\sqrt{63y^3}}{\sqrt{7y}} = \sqrt{\frac{63y^3}{7y}} = \sqrt{9y^2} = 3\lvert y\rvert = 3y$

Rút gọn biểu thức chứa căn bậc hai	1. Đưa thừa số ra ngoài dấu căn: $\sqrt{A^2 \cdot B} = \lvert A\rvert \cdot \sqrt{B}$ $= \begin{cases} A \cdot \sqrt{B}, & A \geq 0 \\ -A \cdot \sqrt{B}, & A < 0 \end{cases} \quad (B \geq 0)$	* Với $x > 0$ ta có: $\sqrt{7x^2} = \lvert x\rvert\sqrt{7} = x\sqrt{7}$ * Với $y < 0$ ta có: $\sqrt{8y^2} = \sqrt{2.(2y)^2} = \lvert 2y\rvert.\sqrt{2}$ $= -2y\sqrt{2}$
	2. Đưa thừa số vào trong dấu căn: $A\sqrt{B} = \begin{cases} \sqrt{A^2B}, & A \geq 0, B \geq 0 \\ -\sqrt{A^2B}, & A < 0, B \geq 0 \end{cases}$	* Với $x > 0$ ta có: $x\sqrt{\frac{11}{x}} = \sqrt{x^2 \cdot \frac{11}{x}} = \sqrt{11x}$ * $3\sqrt{x} = \sqrt{12}\ (x \geq 0)$ $\Leftrightarrow \sqrt{9x} = \sqrt{12} \Leftrightarrow 9x = 12 \Leftrightarrow x = \frac{4}{3}$
	3. Khử mẫu của biểu thức lấy căn: $\sqrt{\frac{A}{B}} = \frac{\sqrt{AB}}{\lvert B\rvert}\ (A.B \geq 0, B \neq 0)$	$\sqrt{\frac{x^2}{5}}$ với $x \geq 0$ $= \frac{\lvert x\rvert}{\sqrt{5}} = \frac{x}{\sqrt{5}} = \frac{x\sqrt{5}}{5}$
	4. Trục căn thức ở mẫu: a. $\frac{A}{\sqrt{B}} = \frac{A\sqrt{B}}{B}\ (B > 0)$ b. $\frac{C}{\sqrt{A}+B} = \frac{C(\sqrt{A} \mp B)}{A-B^2}\ (A \geq 0, A \neq B^2)$ c. $\frac{C}{\sqrt{A}+\sqrt{B}} = \frac{C(\sqrt{A} \mp \sqrt{B})}{A-B}\ (A, B \geq 0, A \neq B)$	$\frac{26}{5-2\sqrt{3}} = \frac{26(5+2\sqrt{3})}{(5-2\sqrt{3})(5+2\sqrt{3})} = \frac{26(5+2\sqrt{3})}{25-12}$ $= 2(5+2\sqrt{3}) = 10 + 4\sqrt{3}$
Căn bậc ba	- Mỗi số a đều có duy nhất một căn bậc ba - Kí hiệu: $\sqrt[3]{a}$ - $a > 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} > 0$ - $a < 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < 0$ - $a = 0 \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} = \sqrt[3]{0} = 0$ - $a < b \Leftrightarrow \sqrt[3]{a} < \sqrt[3]{b}$ - $\sqrt[3]{ab} = \sqrt[3]{a}.\sqrt[3]{b}$ - $\sqrt[3]{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt[3]{a}}{\sqrt[3]{b}}\ (b \neq 0)$	* $\sqrt[3]{27} = 3$ * $\sqrt[3]{-343} = -7$ * Tìm x biết $\sqrt[3]{x} \geq 2$? Ta có: $\sqrt[3]{x} \geq 2 \Leftrightarrow x \geq 2^3 \Leftrightarrow x \geq 8$ * Tìm x biết $\sqrt[3]{x} \leq -1{,}5$? Ta có: $\sqrt[3]{x} \leq -1{,}5 \Leftrightarrow x \leq (-1{,}5)^3$ $\Leftrightarrow x \leq -3{,}375.$

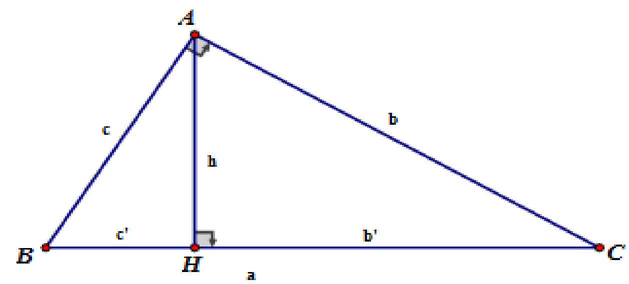
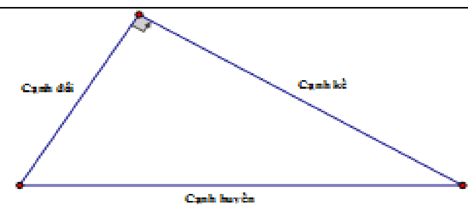
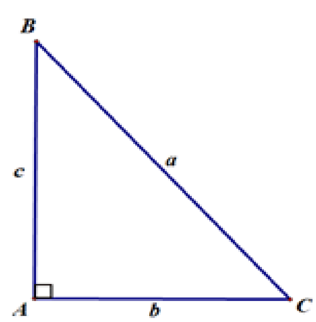
Chương II. Hàm số bậc nhất		
Các khái niệm về hàm số bậc nhất	- Hs bậc nhất là hàm số có dạng $y = ax + b$, trong đó a, b là các hằng số và $a \neq 0$. - Hs đồng biến trên R $\Leftrightarrow a > 0$. - Hs nghịch biến trên R $\Leftrightarrow a < 0$.	* $y = 3 - 0{,}5x$ ($a = -0{,}5; b = 3$) là hs bậc nhất. Do $a < 0$ nên hs là hàm nghịch biến. * $y = \sqrt{3}(x - \sqrt{2})$ là hs bậc nhất vì: $y = \sqrt{3}(x - \sqrt{2}) = \sqrt{3}x - \sqrt{6}$ $(a = \sqrt{3}; b = -\sqrt{6})$ Do $a > 0$ nên hs là hàm đồng biến.

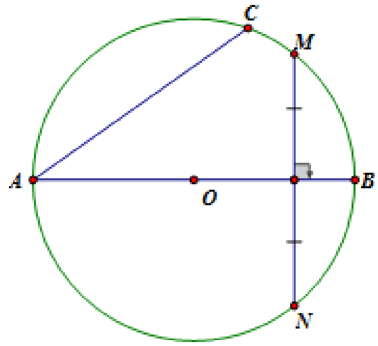
<table>
<tr>
<td>Đồ thị của hàm số bậc nhất</td>
<td>
1. Đồ thị hs $y = ax + b$ (d) còn được gọi là đường thẳng $y = ax + b$
- a được gọi là hệ số góc của (d)
- b được gọi là tung độ gốc của (d).
2. Vẽ đồ thị hs $y = ax + b$ (d) gồm 2 bước như sau:
- Lập bảng giá trị của hàm số:
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>$\frac{-b}{a}$</td></tr>
<tr><td>y</td><td>b</td><td>0</td></tr>
</table>
Vậy, đồ thị hàm số là đường thẳng (d) đi qua 2 điểm (0, b) và $(\frac{-b}{a}, 0)$.
- Vẽ đồ thị:
3. Lưu ý: Khi lập bảng giá trị của hs $y = ax + b$ ta có thể lấy 2 điểm khác nhau bất kì , tuy nhiên nên lấy tại giao điểm của đồ thị với trục tung Oy và trục hoành Ox như trên thì đồ thị sẽ chính xác hơn và có thể thuận lợi hơn cho các phần tiếp theo của bài toán.
</td>
<td>
* Vẽ đồ thị hs $y = x + 2$?
- Lập bảng giá trị:
<table>
<tr><td>x</td><td>0</td><td>-2</td></tr>
<tr><td>y</td><td>2</td><td>0</td></tr>
</table>
Vậy, đồ thị hàm số là đường thẳng (d) đi qua 2 điểm (0,2) và $(-2,0)$.
- Đồ thị:


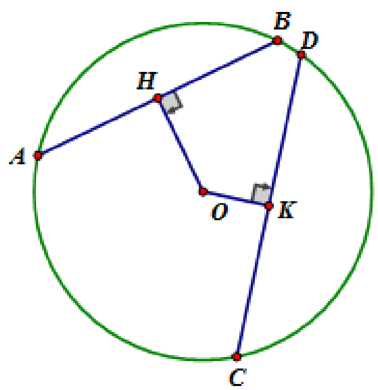
</td>
</tr>
<tr>
<td>Vị trí tương đối của 2 đường thẳng</td>
<td>
1. Cho 2 đường thẳng $(d): y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và $(d'): y = a'x + b'$ $(a' \neq 0)$.
a. $(d)//(d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b \neq b' \end{cases}$
b. $(d) \equiv (d') \Leftrightarrow \begin{cases} a = a' \\ b = b' \end{cases}$
c. $(d) \cap (d') \Leftrightarrow a \neq a'$
d. $(d) \perp (d') \Leftrightarrow a.a' = -1$.
</td>
<td>(Xem phần bài tập)</td>
</tr>
</table>

Hệ số góc của đường thẳng	* Góc tạo bởi đường thẳng (d): $y = ax + b$ $(a \neq 0)$ và trục Ox là góc tạo bởi phần phía trên trục Ox của đường thẳng (d) và chiều dương của trục Ox. * Khi $a > 0$, α là góc nhọn:  * Khi $a < 0$, α là góc tù: 	(Xem phần bài tập)

II. Tổng hợp kiến thức Toán hình học lớp 9 - học kì I

Bài học	Công thức cần nhớ
Một số hệ thức về cạnh và đường cao trong tam giác vuông	 1) $b^2 = a.b^{'}; c^2 = a.c^{'}$ 2) $h^2 = b'.c'$ 3) $b^2 + c^2 = a^2$ (Định lý Pytago) 4) $b \cdot c = a \cdot h$ 5) $\frac{1}{h^2} = \frac{1}{b^2} + \frac{1}{c^2}$
Tỷ số lượng giác của góc nhọn	 1) Định nghĩa $\sin\alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh huyền}}$ $\cos\alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh huyền}}$ $\tan\alpha = \frac{\text{cạnh đối}}{\text{cạnh kề}}$ $\cot\alpha = \frac{\text{cạnh kề}}{\text{cạnh đối}}$ 2) Tính chất: Với $\alpha < 90^0$ thì a. $0 < \sin\alpha, \cos\alpha < 1$ b. $sin^2\alpha + cos^2\alpha = 1$ c. $\tan\alpha = \frac{\sin\alpha}{\cos\alpha}$; $\cot\alpha = \frac{\cos\alpha}{\sin\alpha}$; $\tan\alpha.\cot\alpha = 1$
	d. Nếu $\alpha + \beta = 90^0$ thì $\sin\alpha = \cos\beta$ và $\tan\alpha = cot\ \beta$
Một số hệ thức về cạnh và góc trong tam giác vuông	 a. $b = a.\sin B; c = a.\sin C$ b. $b = a.\cos C; c = a.\cos B$ c. $b = c.\tan B; c = b.\tan C$ d. $b = c.\cot C; c = b.\cot B$

<table>
<tr><th colspan="2">Chương II. Đường tròn</th></tr>
<tr><td>Đường kính và dây của đường tròn</td><td>


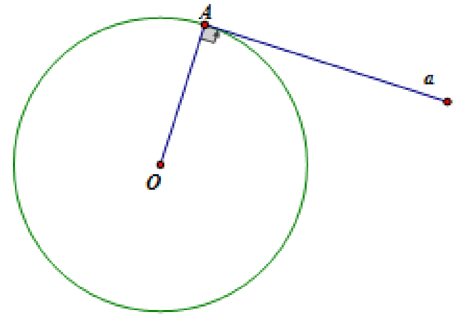
- Trong các dây của một đường tròn, dây lớn nhất là đường kính
- Nếu đường kính AB ⊥MN thì đi qua trung điểm của MN.
- MN là dây cung không qua tâm. Nếu AB đi qua trung điểm MN thì AB ⊥ MN.
</td></tr>
<tr><td>Liên hệ giữa dây và khoảng cách từ tâm đến dây</td><td>


Trong (O, R):

- AB = CD ⇔ OH = OK
- CD > AB ⇔ OK < OH
</td></tr>
<tr><td>Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn</td><td>
Cho đường tròn (O, R) và đường thẳng a. Gọi d là khoảng cách từ O tới a. Ta có:

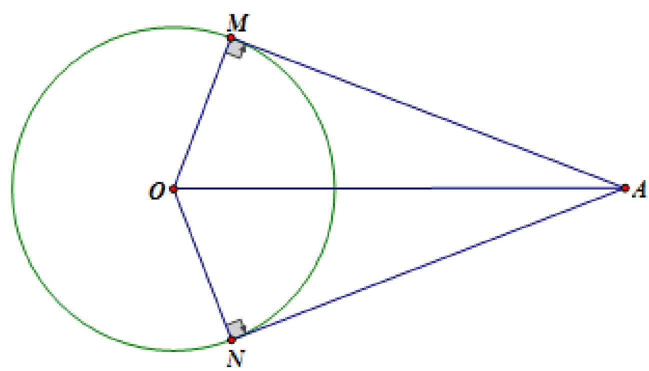
Vị trí tương đối của đường thẳng và đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức lượng giữa d và R
a là cát tuyến của (O)	2	d < R
a là tiếp tuyến của (O)	1	d = R
a không cắt (O)	0	d > R
</td></tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Tiếp tuyến của đường tròn. Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến của đường tròn</td>
<td>
1)



Nếu a là tiếp tuyến của (O), A là tiếp điểm $\Rightarrow$ a $\perp$ OA.
Nếu a cắt (O) tại A mà a $\perp$ OA thì a là tiếp tuyến của (O).

</td>
</tr>
<tr>
<td></td>
<td>
2)



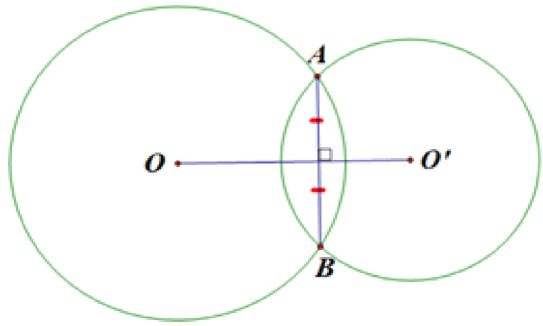
AM, AN là tiếp tuyến của (O). M, N là 2 tiếp điểm. Khi đó:

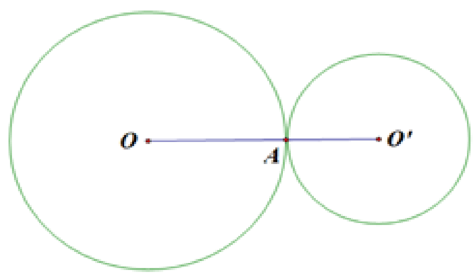
AM = AN
AO là phân giác của $\widehat{MAN}$
OA là phân giác của $\widehat{MON}$

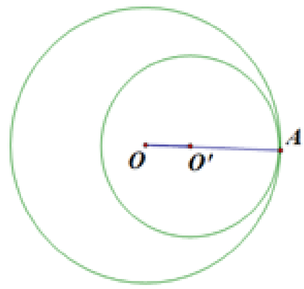
3) Dấu hiệu nhận biết tiếp tuyến:

Nếu đường thẳng a vuông góc với bán kính OC tại điểm C của đường tròn (O) thì a là tiếp tuyến của (O)
Nếu đường tròn (O) có khoảng cách d từ O đến đường thẳng a thỏa mãn d = R thì a là tiếp tuyến của (O)

</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Vị trí tương đối của 2 đường tròn</td>
<td>1) (O) và (O') cắt nhau tại A và B thì A và B đối xứng nhau qua OO':


2) (O) tiếp xúc (O') tại A thì A thuộc OO':

</td>
</tr>
</table>



3) Với 2 đường tròn (O, R) và (O', r) ($R \geq r$) thì ta có các hệ thức sau:

Vị trí tương đối của 2 đường tròn	Số điểm chung	Hệ thức lượng giữa d và R
(O, r) cắt (O', r)	2	$R - r < OO' < R + r$
(O, r) tiếp xúc (O', r) - Tiếp xúc ngoài - Tiếp xúc trong	1	$OO' = R + r$ $OO' = R - r > 0$
(O, r) không giao nhau (O', r) - (O) và (O') ở ngoài nhau - (O) và (O') đựng nhau	0	$OO' > R + r$ $OO' < R - r$