I. Tổng hợp kiến thức Toán đại số lớp 9 - học kì II

1. Phương trình bậc nhất hai ẩn

+ Dạng: ax + by = c trong đó a; b; c là các hệ số đã biết ($a \neq 0$ hoặc $b \neq 0$)

+ Một nghiệm của phương trình là cặp số x_0; y_0 thỏa mãn: $ax_0 + by_0 = c$

+ Phương trình bậc nhất hai ẩn ax + by = c luôn luôn có vô số nghiệm.

+ Tập nghiệm được biểu diễn bởi đường thẳng (d): ax + by = c. Nếu $a \neq 0$; $b \neq 0$ thì đường thẳng (d) là đồ thị của hàm số bậc nhất: $y = -\frac{a}{b}x + \frac{c}{b}$

2. Hệ hai phương trình bậc nhất hai ẩn

+ Dạng:

$$\begin{cases} ax + by = c \ (1) \\ a'x + b'y = c' \ (2) \end{cases}$$

+ Nghiệm của hệ là nghiệm chung của hai phương trình

+ Nếu hai phương trình ấy không có nghiệm chung thì ta nói hệ vô nghiệm

+ Quan hệ giữa số nghiệm của hệ và đường thẳng biểu diễn tập nghiệm:

- Phương trình (1) được biểu diễn bởi đường thẳng (d)

- Phương trình (2) được biểu diễn bởi đường thẳng (d')

* Nếu (d) cắt (d') hệ có nghiệm duy nhất

* Nếu (d) song song với (d') thì hệ vô nghiệm

* Nếu (d) trùng (d') thì hệ vô số nghiệm.

3. Hệ phương trình tương đương

Hai hệ phương trình được gọi là tương đương với nhau nếu chúng có cùng tập nghiệm

4. **Giải hệ phương trình bằng phương pháp thế**

+ Bước 1: Từ một phương trình của hệ đã cho, ta biểu diễn một ẩn theo ẩn kia, rồi thay vào phương trình thứ hai để được một phương trình mới (chỉ còn 1 ẩn).

+ Bước 2: Dùng phương trình mới này để thay thế cho phương trình thứ hai trong hệ (phương trình thứ nhất cũng thường được thay thế bởi hệ thức biểu diễn một ẩn theo ẩn kia có được ở bước 1).

5. **Giải hệ phương trình bằng phương pháp cộng đại số**

+ Bước 1: Cộng hay trừ từng vế hai phương trình của hệ của hệ phương trình đã cho để được một phương trình mới.

+ Bước 2: Dùng phương trình mới ấy thay thế cho một trong hai phương trình của hệ (và giữ nguyên phương trình kia)

HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$). ĐỒ THỊ HÀM SỐ $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

1. Tính chất hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$)

a) Tính chất:

Nếu $a > 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x < 0$ và đồng biến khi $x > 0$

Nếu $a < 0$ thì hàm số nghịch biến khi $x > 0$ và đồng biến khi $x < 0$

b) Nhận xét:

Nếu $a > 0$ thì $y > 0$ với mọi x khác 0; $y = 0$ khi $x = 0$. Giá trị nhỏ nhất của hàm số là $y = 0$.

Nếu $a < 0$ thì $y < 0$ với mọi x khác 0; $y = 0$ khi $x = 0$. Giá trị lớn nhất của hàm số là $y = 0$.

2. Tính chất của đồ thị hàm số

a) Đồ thị hàm số $y = ax^2$ ($a \neq 0$) là một đường cong đi qua gốc tọa độ và nhận trục Oy là trục đối xứng. Đường cong đó được gọi là một Parabol với đỉnh O.

b) Nếu $a > 0$ thì đồ thị nằm phía trên trục hoành, O(0;0) là điểm thấp nhất của đồ thị.

c) Nếu $a < 0$ thì đồ thị nằm phía dưới trục hoành, O(0;0) là điểm cao nhất của đồ thị.

PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI MỘT ẨN

1. Định nghĩa: Pt bậc hai một ẩn là pt có dạng: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$) (1), trong đó x là ẩn; a, b, c là các số cho trước.

2. Cách giải

a) Khuyết c (c = 0): pt (1) trở thành:

$$ax^2 + bx = 0 \Leftrightarrow x(ax + b) = 0$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ ax + b = 0 \end{array}\right.$$

$$\Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} x = 0 \\ x = -\dfrac{b}{a} \end{array}\right.$$

b) Khuyết b (b = 0): pt (1) trở thành:

$$ax^2 + c = 0 \Leftrightarrow ax^2 = -c \Leftrightarrow x^2 = -\frac{c}{a} \quad (2)$$

- Nếu $-\dfrac{c}{a} < 0$ thì pt (2) vô nghiệm, suy ra pt (1) cũng vô nghiệm

- Nếu $-\dfrac{c}{a} > 0 \Rightarrow x = \pm\sqrt{-\dfrac{c}{a}}$

c) Đầy đủ: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$)

Công thức nghiệm	**Công thức nghiệm thu gọn**
$\Delta = b^2 - 4ac$ + Nếu $\Delta > 0$ thì pt có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \dfrac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a}$; $x_2 = \dfrac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$ + Nếu $\Delta = 0$ thì pt có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \dfrac{-b}{2a}$ + Nếu $\Delta < 0$ thì pt vô nghiệm	**$\Delta' = b'^2 - ac$** + Nếu $\Delta' > 0$ thì pt có 2 nghiệm phân biệt: $x_1 = \dfrac{-b' + \sqrt{\Delta'}}{a}$; $x_2 = \dfrac{-b' - \sqrt{\Delta'}}{a}$ + Nếu $\Delta' = 0$ thì pt có nghiệm kép: $x_1 = x_2 = \dfrac{-b'}{a}$ + Nếu $\Delta' < 0$ thì pt vô nghiệm

d) Cho pt: $ax^2 + bx + c = 0$ ($a \neq 0$). Điều kiện để phương trình:

- Vô nghiệm: $\Delta < 0$ ($\Delta' < 0$)

- Nghiệm kép: $\Delta = 0$ ($\Delta' = 0$)

- Có 2 nghiệm phân biệt: $\Delta > 0$ ($\Delta' > 0$) hoặc $a.c < 0$

- Có 2 nghiệm cùng dấu:

$$\begin{cases}\Delta(\Delta')\ge 0\\ P = x_1.x_2 > 0\end{cases}$$

- Có 2 nghiệm cùng dấu âm:

$$\begin{cases}\Delta(\Delta')\ge 0\\ P = x_1.x_2 > 0\\ S = x_1 + x_2 < 0\end{cases}$$

- Có 2 nghiệm cùng dấu dương:

$$\begin{cases}\Delta(\Delta')\ge 0\\ P = x_1.x_2 > 0\\ S = x_1 + x_2 > 0\end{cases}$$

- Có 2 nghiệm khác dấu:

$$\begin{cases}\Delta(\Delta')\ge 0\\ P = x_1.x_2 < 0\end{cases}$$

HỆ THỨC VI-ÉT VÀ ỨNG DỤNG

- Định lý: Nếu x_1; x_2 là 2 nghiệm của pt $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ thì:

$$\begin{cases}x_1 + x_2 = -\dfrac{b}{a}\\ x_1.x_2 = \dfrac{c}{a}\end{cases}$$

- Ứng dụng nhẩm nghiệm của hệ thức Vi-ét:

+ Nếu pt $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có $a + b + c = 0$ thì pt có 2 nghiệm là:

$$x_1 = 1; x_2 = \frac{c}{a}$$

+ Nếu pt $ax^2 + bx + c = 0$ $(a \neq 0)$ có $a - b + c = 0$ thì pt có 2 nghiệm là:

$$x_1 = -1; x_2 = -\frac{c}{a}$$

+ Nếu $\begin{cases} u+v=S \\ u.v=P \end{cases}$ thì suy ra u, v là nghiệm của pt: $x^2 - Sx + P = 0$ (điều kiện để tồn tại u, v là $\Delta = S^2 - 4P \geq 0$)

PHƯƠNG TRÌNH QUY VỀ PHƯƠNG TRÌNH BẬC HAI

1. Phương trình trùng phương.

- Dạng tổng quát: $ax^4 + bx^2 + c = 0$ ($a \neq 0$)

- Cách giải: dùng phương pháp đặt ẩn phụ, đặt $x^2 = t$ ($t \geq 0$). Khi đó ta có pt: $at^2 + bt + c = 0$ (đây là pt bậc hai một ẩn)

2. Phương trình chứa ẩn ở mẫu: Các bước giải

- Tìm ĐKXĐ của pt

- Quy đồng mẫu thức cả 2 vế của pt, rồi khử mẫu

- Giải pt vừa nhận được

- Kết luận: so sánh nghiệm tìm được với ĐKXĐ của pt

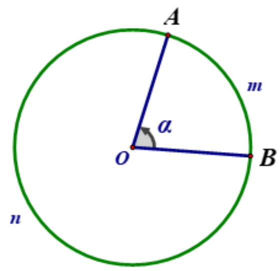
3. Phương trình tích.

- Dạng tổng quát: $A_{(x)}.B_{(x)}... = 0$

- Cách giải: $A_{(x)}.B_{(x)}... = 0 \Leftrightarrow \left[\begin{array}{l} A_{(x)} = 0 \\ B_{(x)} = 0 \end{array}\right.$

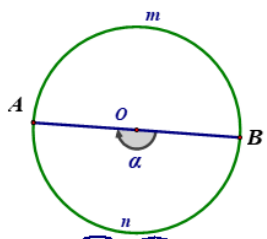
II. Tổng hợp kiến thức Toán hình học lớp 9 - học kì II

1. Góc ở tâm - Số đo cung



cung $\overset{\frown}{AmB}$: cung nhỏ

cung $\overset{\frown}{AnB}$: cung lớn



$\alpha = 180^0 \Rightarrow \overset{\frown}{AmB}, \overset{\frown}{AnB}$ là nửa đường tròn

$\boxed{(O,R)\text{ có:}}\ \widehat{AOB}\ \boxed{\text{chắn}}\ \overset{\frown}{AmB}$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} \widehat{AOB} = \text{sđ}\,\overset{\frown}{AmB} \\ \text{sđ}\,\overset{\frown}{AnB} = 360^0 - \widehat{AOB} \end{cases}$$

Định lí: Nếu C là một điểm nằm trên cung AB thì:

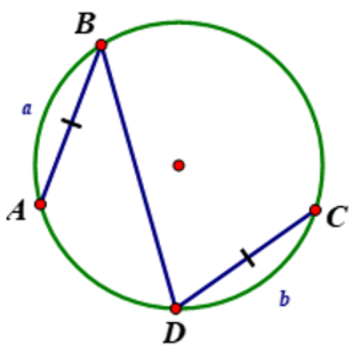
$$\text{sđ}\overset{\frown}{AB} = \text{sđ}\overset{\frown}{AC} + \text{sđ}\overset{\frown}{CB}$$

2. Liên hệ giữa cung và dây

Định lí 1: Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

- Hai cung bằng nhau căng hai dây bằng nhau

- Hai dây bằng nhau căng hai cung bằng nhau



$sđ\,\overset{\frown}{AaB} = sđ\,\overset{\frown}{CbD} \Leftrightarrow AB = DC$

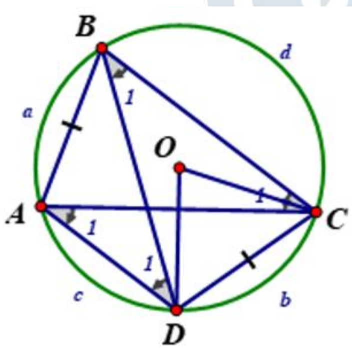
Định lí 2: Với hai cung nhỏ trong một đường tròn hay trong hai đường tròn bằng nhau:

- Cung lớn hơn căng dây lớn hơn

- Dây lớn hơn căng cung lớn hơn

$\overset{\frown}{BCD} > \overset{\frown}{CbD} \Leftrightarrow BD > DC$

3. Góc nội tiếp



- Trong một đường tròn, số đo của góc nội tiếp bằng nửa số đo của cung bị chắn:

$$\widehat{B_1} = \frac{1}{2} sđ\,\overset{\frown}{CbD}$$

Hệ quả: Trong một đường tròn:

- Các góc nội tiếp bằng nhau chắn các cung bằng nhau.

- Các góc nội tiếp cùng **chắn một cung** hoặc **chắn các cung bằng nhau** thì **bằng nhau**.

$$\widehat{A_1} = \widehat{B_1} \left(\text{cùng chan } \overset{\frown}{CbD}\right);$$

$$\widehat{B_1} = \widehat{C_1}$$

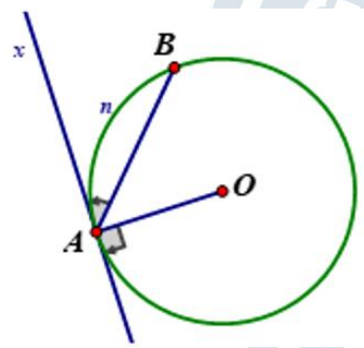
$$\Leftrightarrow AB = CD$$

- Góc nội tiếp (nhỏ hơn hoặc bằng 90^0) có số đo bằng nửa số đo của góc ở tâm cùng chắn một cung.

$$\widehat{B_1} = \frac{1}{2}\widehat{DOC}$$

- Góc nội tiếp **chắn nửa** đường tròn là **góc vuông**.

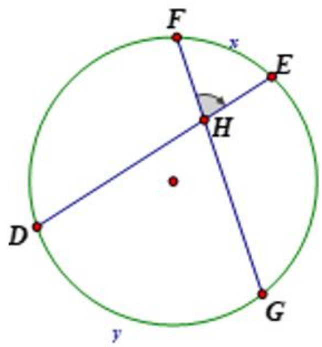
4. Góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung



Số đo của góc tạo bởi tia tiếp tuyến và dây cung bằng nửa số đo của cung bị chắn.

$$\widehat{xAB} = \frac{1}{2}\text{sđ } \overset{\frown}{AnB}$$

5. **Góc có đỉnh ở bên trong đường tròn là góc có đỉnh nằm bên trong đường tròn**.



Số đo của góc có đỉnh ở bên trong đường tròn bằng nửa tổng số đo hai cung bị chắn.

$$\widehat{FHE} = \frac{\overset{\frown}{FxE} + \overset{\frown}{DyG}}{2}$$

6. Góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn:

Số đo của góc có đỉnh ở bên ngoài đường tròn bằng nửa hiệu số đo hai cung bị chắn.

$$\widehat{CMA} = \frac{\overset{\frown}{AxC} + \overset{\frown}{ByD}}{2}$$

7. Tứ giác nội tiếp

- Trong một tứ giác nội tiếp, tổng số đo hai góc đối diện bằng 180^0.

+) Dấu hiệu nhận biết tứ giác nội tiếp:

- Tứ giác có **tổng hai góc đối diện bằng 180^0.**

- Tứ giác có **góc ngoài tại một đỉnh bằng góc trong của đỉnh đối diện**

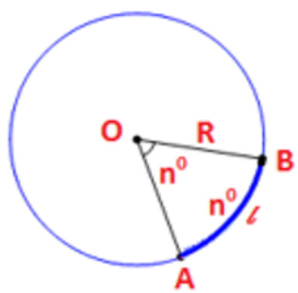
- Tứ giác có **bốn đỉnh cách đều một điểm** (mà ta có thể xác định được). Điểm đó là tâm của đường tròn ngoại tiếp tứ giác

- Tứ giác có hai **đỉnh kề nhau** cùng **nhìn cạnh** chứa hai đỉnh còn lại dưới **một góc bằng nhau.**

Tứ giác ABCD nội tiếp $\Leftrightarrow$

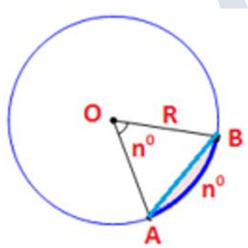
$$\left[\begin{array}{c} \hat{A}_1 + \hat{C}_1 = 180^0 \\ \hat{A}_1 = \hat{C}_2 \\ OA = OB = OC = OD \\ \widehat{DAC} = \widehat{DBC}, \text{cùng nhìn } DC \end{array}\right.$$

8. Các công thức



- Công thức tính độ dài đường tròn: $C = 2\pi R = \pi d$

- Công thức tính độ dài cung tròn: $\ell = \dfrac{\pi R n}{180^0}$



- Diện tích hình tròn:

$$S = \pi R^2 = \pi \frac{d^2}{4}$$

- Diện tích hình quạt tròn:

$$S = \frac{\pi R^2 n}{360} = \frac{\ell . R}{2}$$

Trong đó: R là bán kính, l là độ dài của một cung n^0